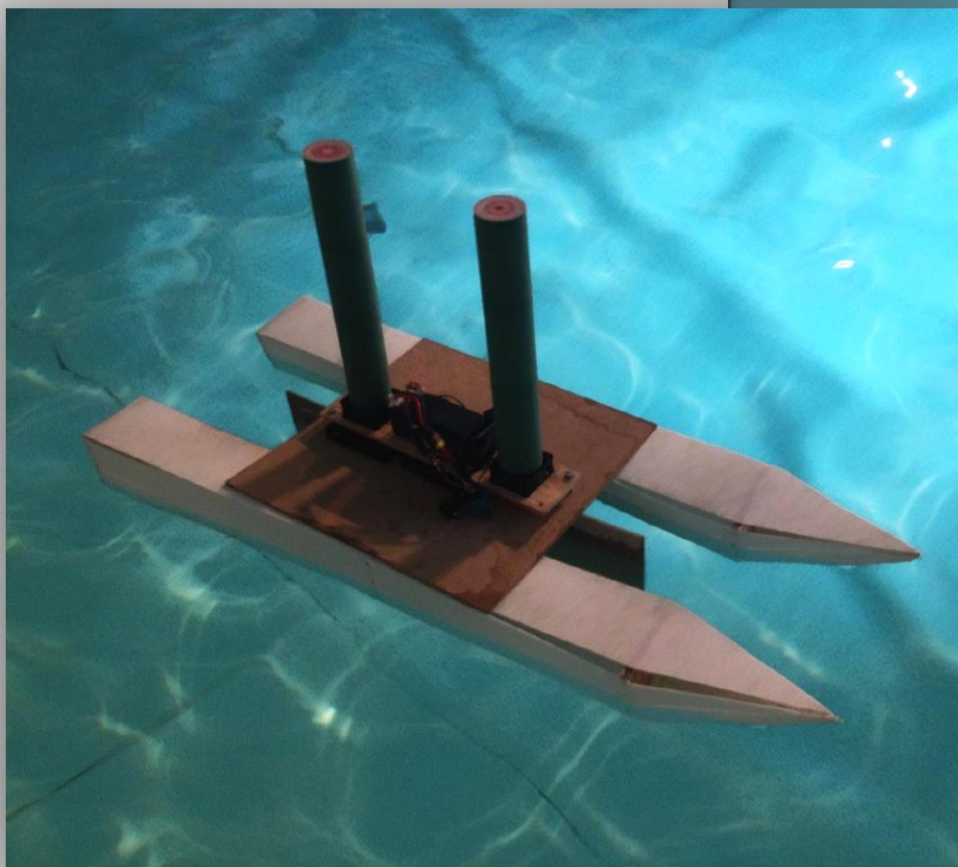


**Le rotor de Flettner**



**2014-2015**

**PT2**

# Le rotor de Flettner

## L'exploitation de l'énergie éolienne

---

### SOMMAIRE

I.	Introduction.....	3
II.	Etude dynamique d'un voilier : Bilan des forces .....	4
A.	Condition de flottaison du bateau .....	4
1.	Calcul de la poussée d'Archimède.....	4
2.	Représentation graphique de la hauteur immergée des flotteurs en fonction de la masse du bateau.....	5
B.	Calcul des frottements .....	6
1.	Frottement de l'air sur les deux rotors .....	6
2.	Frottement de l'eau.....	7
C.	Force de propulsion : le rotor de Flettner .....	8
1.	Qu'est-ce qu'un rotor de Flettner ? .....	8
2.	Démonstration du potentiel des vitesses (cf [12]) .....	8
3.	Expression de la pression : théorème de Bernoulli .....	9
4.	Expression de la force de propulsion .....	10
III.	Modélisation et étude expérimentale du rotor de Flettner.....	11
A.	Construction du bateau et réalisation de l'expérience .....	11
1.	Choix de la forme de notre bateau et des matériaux : .....	11
2.	Première expérience .....	13
3.	Deuxième expérience .....	13
B.	Résultats expérimentaux.....	14
1.	Graphiques représentant la vitesse du bateau .....	14
2.	Interprétation de la courbe obtenue expérimentalement .....	14
IV.	Traînée et rendement .....	16
A.	Coefficient de traînée pour un profil trapézoïdal.....	16
B.	Rendement et calcul de puissance .....	17
1.	Puissance électrique des rotors .....	17
2.	Puissance de la force de propulsion .....	17
3.	Calcul du rendement .....	17
V.	Conclusion .....	18

# Le rotor de Flettner

## L'exploitation de l'énergie éolienne

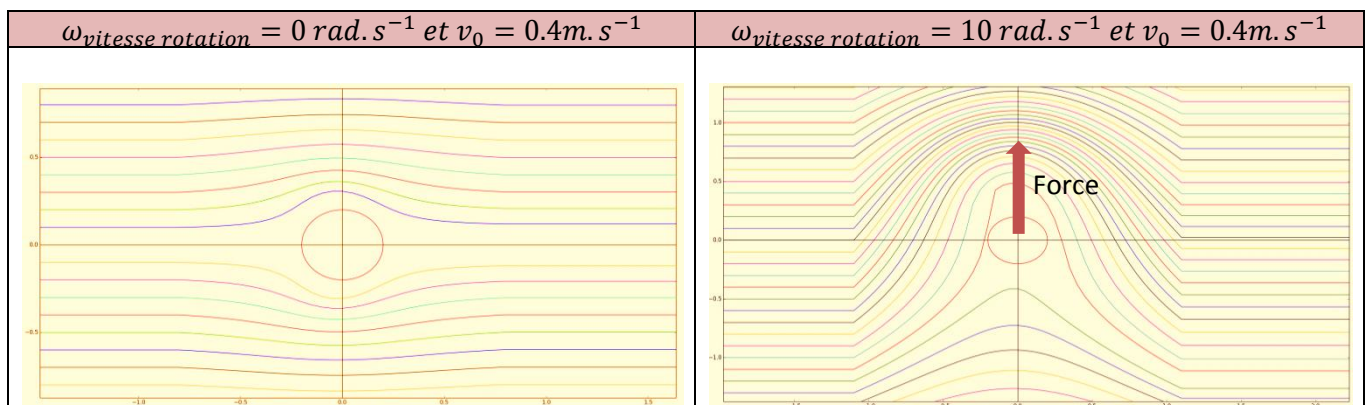
### I. Introduction

L'économie des ressources naturelles et le problème de la pollution sont des enjeux stratégiques sur lesquels de nombreux chercheurs et ingénieurs se penchent afin de préserver l'environnement pour les générations futures. Le transport, qu'il soit civil ou commercial, représente une importante partie des causes de pollution. Le commerce maritime est un des moyens les plus écologiques d'échange et de partage de produits de consommation car il est le moins polluant par tonne de marchandise transportée. Selon un rapport de l'assemblée nationale, il représentait 90 % des échanges mondiaux de marchandise en 2011.

Des améliorations techniques de ce moyen de transport sont possibles, comme par exemple l'effet Magnus appliqué à la voile de Flettner qui permettrait, en utilisant le vent, d'abaisser la consommation des bateaux. Cela les rendrait moins gourmands en énergie, donc moins chers et donc plus attrayants pour les entreprises dont la préoccupation principale est de maximiser leur profit tout en gardant une bonne image de marque. Si l'on arrive à abaisser encore les prix de distribution des marchandises tout en minimisant les émissions de polluants et les besoins énergétiques des portes conteneurs et paquebots, on incitera alors les entreprises à utiliser d'avantage ce mode de transport. Notre TIPE aura pour but d'étudier cet effet Magnus appliqué à la voile de Flettner. Son utilisation sur les navires semble toute indiquée car le vent en mer est plutôt plus fort et régulier.

L'effet Magnus a été découvert par Heinrich Gustav Magnus (1802-1870) (cf [5]). Ce phénomène est obtenu en créant une zone de pression et une autre de dépression de part et d'autre d'un objet afin de créer une force qui aura tendance à le déplacer. Cet effet permet notamment d'expliquer les trajectoires surprenantes des balles dans le sport. Par exemple, lorsqu'on lift une balle au tennis, sa trajectoire est relativement différente de celle d'un coup droit classique. En effet, en liftant la balle, le joueur donne une vitesse de rotation à cette dernière. Une surpression est alors créée d'un côté et une dépression de l'autre. Cette différence de pression crée une force de propulsion perpendiculaire au mouvement de la balle. Cet effet explique la provenance de la force propulsive d'un bateau à rotor de Flettner. La vitesse de rotation des rotors permet d'obtenir une différence de pression qui crée une force de propulsion perpendiculaire à l'écoulement de l'air.

Nous avons modélisé l'écoulement de l'air à l'aide d'un programme informatique (cf : Annexe1)



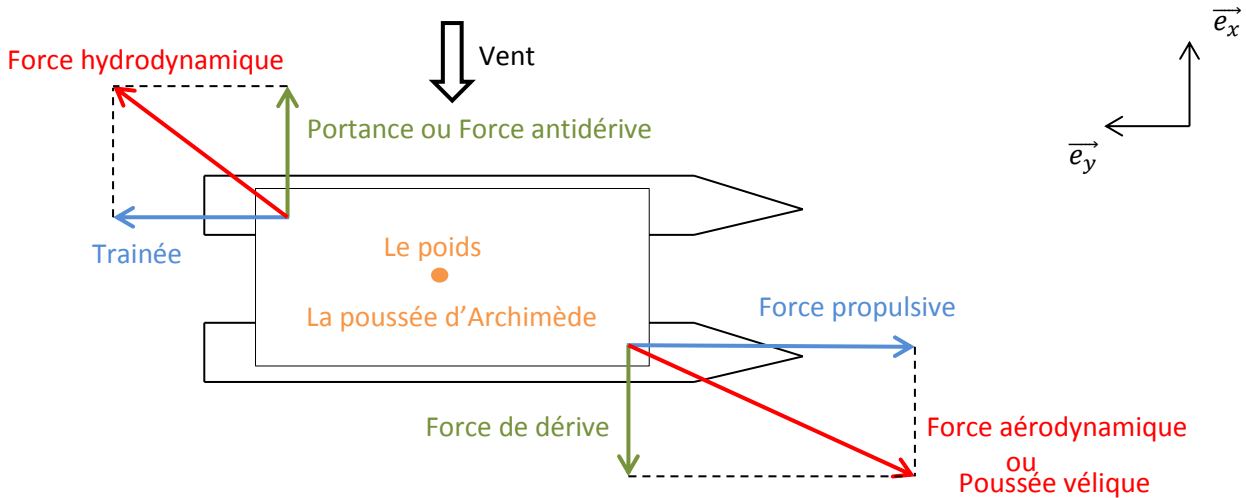
Nous pouvons clairement apercevoir les effets de la vitesse de rotation des rotors sur l'écoulement de l'air.

# Le rotor de Flettner

## L'exploitation de l'énergie éolienne

### II. Etude dynamique d'un voilier : Bilan des forces

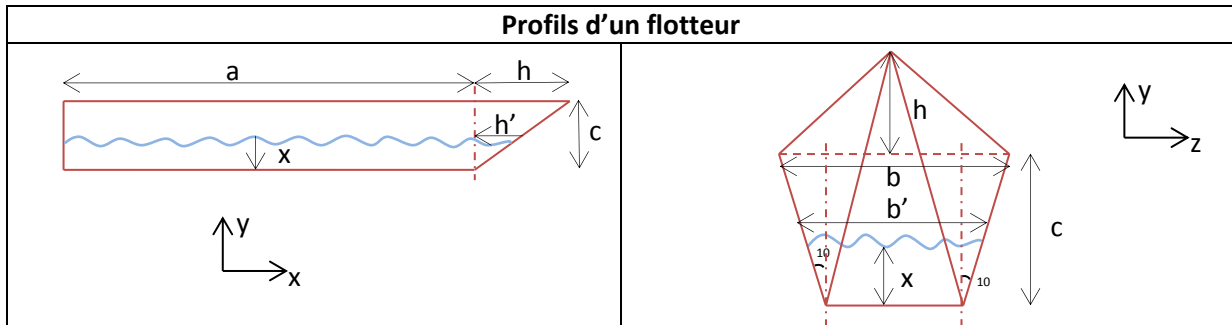
Six forces s'appliquent à un catamaran. Le schéma ci-dessous représente ces différentes forces (cf [7]).



On définit la force hydrodynamique comme la somme de la force de trainée et de la portance. De même la poussée vélique est la somme de la force propulsive et de la force de dérive.

#### A. Condition de flottaison du bateau

##### 1. Calcul de la poussée d'Archimède



Ci-dessus sont présentés les profils d'un flotteur du bateau. L'objectif de cette partie est d'obtenir la hauteur immergée des flotteurs en fonction de la masse du bateau.

On a d'une part  $P_{\text{bateau}} = m \times g$

Comme notre bateau dispose de deux flotteurs on a d'autre part  $F_{\text{Archimède}} = 2 \times \rho_{\text{fluide}} \times V_i \times g$

- $m$  est la masse du bateau (kg)
- $g$  l'accélération gravitationnelle ( $m \cdot s^{-2}$ )
- $\rho_{\text{fluide}}$  masse volumique du fluide ( $kg \cdot m^{-3}$ )
- $V_i$  volume immergé d'un flotteur ( $m^3$ )

# Le rotor de Flettner

## L'exploitation de l'énergie éolienne

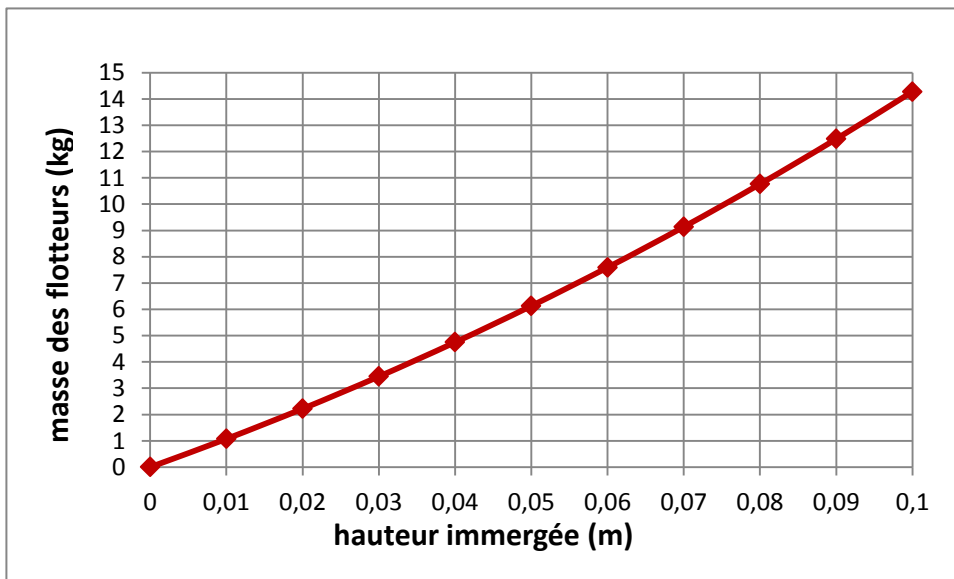
Pour que le bateau flotte l'équation  $P_{\text{bateau}} = F_{\text{Archimède}}$  doit être vérifiée.

Soit  $2 \times \rho_{\text{fluide}} \times V_i = m$

Volume immergé en fonction de la hauteur immergée	
$V_i = a(b'x - 2 \frac{x^2 \tan 10}{2}) + \frac{1}{3}h'(b'x - 2 \frac{x^2 \tan 10}{2})$	
$\text{avec } \begin{cases} b' = b - 2c \tan 10 + 2x \tan 10 \\ h' = \frac{xh}{c} \end{cases}$	
On a :	$a = 0.8\text{m}$
	$b = 0.1\text{m}$
	$c = 0.1\text{m}$
	$h = 0.2\text{m}$
	$\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

### 2. Représentation graphique de la hauteur immergée des flotteurs en fonction de la masse du bateau

La représentation graphique sous EXCEL de la formule précédente nous permet de déterminer la masse de bateau en fonction de la hauteur immergée du bateau.



Notre bateau a une masse d'environ 4.4kg : Les flotteurs ont une masse de 911g et 923g, la plaque pèse 406g, l'ensemble ventilateurs, rotors et montage électrique 604g, la dérive 840g et les plaques anti vibration 2x358g.

La hauteur immergée est alors de 0.038m soit 3,8cm.

# Le rotor de Flettner

## L'exploitation de l'énergie éolienne

### B. Calcul des frottements

#### 1. Frottement de l'air sur les deux rotors

Aux fortes vitesses on a :

$$\|\vec{F}_t\| = \frac{1}{2} C_x \mu_{\text{fluide}} S V^2$$

- $\vec{F}_t$  force de traînée en N
- $C_x$  coefficient de traînée
- $\mu_{\text{fluide}}$  masse volumique du fluide
- $S$  surface de référence m<sup>2</sup>
- $V$  vitesse

#### a) Calcul du nombre de Reynolds :

Le nombre de Reynolds permettra de déterminer le coefficient de traînée.

Il représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. Ce nombre est sans dimension et il caractérise la nature de l'écoulement.

On suppose que la vitesse du bateau est  $v \approx 0.3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . On peut calculer le nombre de Reynolds qui nous donnera des valeurs nécessaires afin de calculer la force de traînée (nous avons seulement besoin d'un ordre de grandeur).

Il est défini par la relation :  $Re = \frac{\mu_{\text{fluide}} v_l d}{\eta} = \frac{v_l d}{\nu}$  où  $\nu = \frac{\eta}{\mu_{\text{fluide}}}$

$v_l$  : Norme de la vitesse maximale

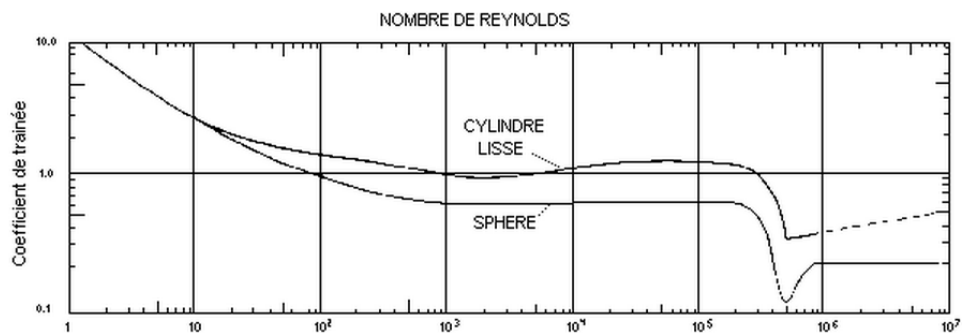
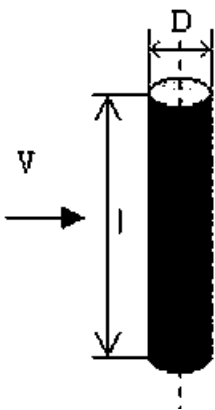
$d$  : Ordre de grandeur du diamètre du cylindre des voiles

$\mu_{\text{fluide}}$  : Masse volumique du fluide

$\eta$  : Viscosité dynamique

$$Re = \frac{\mu_{\text{fluide}} v D}{\eta} \approx \frac{0.3 * 0.055 * 1.3}{1.8 * 10^{-5}} \approx 1191$$

#### b) Détermination du coefficient de traînée



<http://www.univ-brest.fr/lpo/mouillages/visualiser/m02.htm>

Par lecture graphique on obtient  $C_x \approx 1$

# Le rotor de Flettner

## L'exploitation de l'énergie éolienne

### c) *Force de frottement de l'air sur les rotors*

On peut alors calculer la force de frottement de l'air sur les deux cylindres :

$$2 * \overrightarrow{F_{\text{frottement air}}} = (\mu_{\text{fluide}} * C_x * D_{\text{cylindre}} * h_{\text{cylindre}} * V_{\text{bateau}}^2) \overrightarrow{e_y}$$
$$= 1.3 * 1 * 0.055 * 0.350 * 0.3^2 * \overrightarrow{e_y} = 0.025 * V^2 * \overrightarrow{e_y} = 0.00225N \text{ selon } \overrightarrow{e_y}$$

On pourra supposer cette force négligeable comparée à la force de frottement de l'eau.

## 2. Frottement de l'eau

### a) *Calcul du nombre de Reynolds pour les flotteurs*

Le nombre de Reynolds est donné par :

$$Re = \frac{\mu_{\text{fluide}} v_l L}{\eta} \approx \frac{0.3 * 1.00 * 1000}{1 * 10^{-3}} \approx 300000$$

### b) *Coefficient de traînée*

Comme nous avons trouvé un grand nombre de Reynolds, l'écoulement de l'eau est turbulent. Notre objectif sera de déterminer le coefficient de traînée de notre bateau pour une forme de flotteur trapézoïdale.

### c) *Force de frottement de l'eau sur les flotteurs*

La force de frottement de l'eau est donnée par la relation suivante :

$$\overrightarrow{F_{\text{frottement eau}}} = \frac{1}{2} * \mu_{\text{fluide}} * C_{\text{eau}} * S_{\text{caractéristique}} * V_{\text{bateau}}^2 * \overrightarrow{e_y}$$

### d) *Force de frottement de l'eau sur la dérive*

La dérive est une plaque rectangulaire, immergée dans l'eau, empêchant le mouvement du bateau suivant l'axe  $\overrightarrow{e_x}$ .

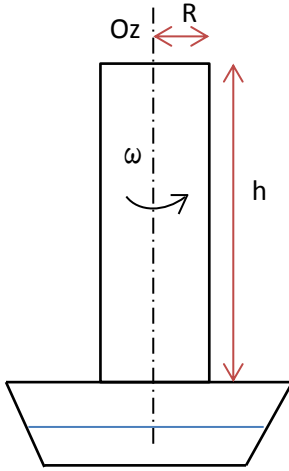
On considèrera que la force de frottement de l'eau sur la dérive par rapport à l'axe  $\overrightarrow{e_y}$  est négligeable comparée à la force de frottement de l'eau sur les flotteurs. En effet, étant donné que la largeur de la dérive est de 3mm, celle-ci est négligeable par rapport à la largeur des flotteurs.

# Le rotor de Flettner

## L'exploitation de l'énergie éolienne

### C. Force de propulsion : le rotor de Flettner

#### 1. Qu'est-ce qu'un rotor de Flettner ?



Soit un cylindre de rayon  $R$  et de hauteur  $h$  tournant à une vitesse angulaire  $\omega$ . Le vent souffle à une vitesse :  $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$ .

On suppose que l'écoulement de l'air est :

- Permanent : le champ de vitesse des particules de l'air est indépendant du temps
- Incompressible : les particules fluides ont un volume constant au cours de leur mouvement
- Localement irrotationnel :  $\overrightarrow{rot}(\vec{v}) = \vec{0}$ . L'écoulement est irrotationnel dans la région proche du cylindre.

La vitesse angulaire du rotor et un écoulement de l'air perpendiculaire au rotor permettent d'obtenir une force de propulsion. Le rotor de Flettner est l'application de l'effet Magnus sur un cylindre (cf [1]).

#### 2. Démonstration du potentiel des vitesses (cf [12]).

La force de propulsion est donnée par  $d\vec{F}_{pression} = -P(r, \theta) d\vec{S}$ . Afin de la calculer nous avons besoin d'évaluer la pression. Nous pouvons obtenir cette dernière grâce à la vitesse de l'écoulement.

Le champ de vitesse est irrotationnel ( $\overrightarrow{rot}(\vec{v}) = \vec{0}$ ) on en déduit que  $\vec{v} = \overrightarrow{grad}(\Phi)$

où  $\Phi$  est appelé le potentiel des vitesses. Déterminons  $\Phi$  afin de connaître la vitesse de l'écoulement.

##### a) Potentiel des vitesses pour un écoulement plan tourbillonnaire

On sait que le champ de vitesse loin du rotor est localement tourbillonnaire :  $\overrightarrow{rot}(\vec{v}) \neq \vec{0}$ . L'écoulement plan tourbillonnaire est un écoulement autour d'un axe perpendiculaire au plan  $xOy$ . Le champ des vitesses est orthoradial et les composantes  $v_r$  et  $v_\theta$  sont telles que :

$$v_r = 0 \text{ et } v_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r}$$

Vérifions ces équations à l'aide du théorème de Stokes :

$$\Gamma = \oint v \cdot dl = \int_0^{2\pi} \frac{\Gamma}{2\pi r} \vec{e}_\theta \cdot r d\theta \vec{e}_\theta = \Gamma$$

Le théorème de Stokes est bien vérifié.

On peut donc en déduire le potentiel des vitesses :

$$\Phi_{\text{tourbillon}} = \frac{\Gamma \theta}{2\pi}$$

En effet,  $v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = \frac{\Gamma}{2\pi r}$  et  $v_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0$

##### b) Potentiel des vitesses d'un cylindre sans circulation

Dans ce cas, le potentiel des vitesses correspond à un écoulement uniforme des vitesses  $v_0$  et à un dipôle de moment  $\vec{p}$ .

# Le rotor de Flettner

## L'exploitation de l'énergie éolienne

On admet que  $\Phi_{\text{cylindre}} = \Phi_{\text{écoulement uniforme}} + \Phi_{\text{dipôle}}$  avec  $\Phi_{\text{dipôle}} = \frac{-p \cos(\theta)}{2\pi r}$

$\Phi_{\text{écoulement uniforme}} = v_0 x = v_0 r \cos(\theta)$  (Changement de base : coordonnées cartésiennes en coordonnées cylindriques)

$$\text{Donc } \Phi_{\text{cylindre}} = v_0 r \cos(\theta) - \frac{p \cos(\theta)}{2\pi r}$$

$$v_r = \frac{\partial \Phi_{\text{cylindre}}}{\partial r} = \left(v_0 + \frac{p}{2\pi r^2}\right) \cos(\theta) \text{ et } v_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi_{\text{cylindre}}}{\partial \theta} = -\left(v_0 - \frac{p}{2\pi r^2}\right) \sin(\theta)$$

Cherchons des valeurs de p telles que le champ des vitesses vérifie les conditions limites. Soit que  $v = v_0$  à l'infini et que la composante de vitesse soit nulle à la surface du cylindre  $v_r(r = R) = 0$

$$\text{Donc } \left(v_0 + \frac{p}{2\pi R^2}\right) \cos(\theta) = 0 \text{ donc } \frac{p}{2\pi R^2} = -v_0$$

$$\text{D'où } \Phi_{\text{cylindre}} = v_0 r \cos(\theta) \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) = v_0 \cos(\theta) \left(r + \frac{R^2}{r}\right)$$

### c) Potentiel des vitesses d'un cylindre avec circulation

On peut additionner les potentiels :

$$\Phi = \Phi_{\text{cylindre}} + \Phi_{\text{tourbillon}}$$

$$\text{D'où } \Phi = v_0 \cos(\theta) \left(r + \frac{R^2}{r}\right) + \frac{\Gamma \theta}{2\pi}$$

### 3. Expression de la pression : théorème de Bernoulli

$$\text{On a } \vec{v} = \overrightarrow{\text{grad}}(\Phi) \text{ d'où } \vec{v} = v_0 \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) \cos(\theta) \vec{e}_r - v_0 \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) \sin(\theta) \vec{e}_\theta + \frac{R^2 * \omega}{r} \vec{e}_\theta$$

Lorsque  $r \rightarrow \infty$  on a une pression à l'infini notée  $P_0$

$$\text{et } \vec{v} = v_0 \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) \cos(\theta) \vec{e}_r - v_0 \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) \sin(\theta) \vec{e}_\theta + \frac{R^2 * \omega}{r} \vec{e}_\theta = v_0 \cos(\theta) \vec{e}_r - v_0 \sin(\theta) \vec{e}_\theta = v_0 \vec{e}_z$$

$$\text{De plus, lorsque } r \rightarrow R \text{ on a } \vec{v} = v_0 \left(1 - \frac{R^2}{R^2}\right) \cos(\theta) \vec{e}_r - v_0 \left(1 + \frac{R^2}{R^2}\right) \sin(\theta) \vec{e}_\theta + \frac{R^2 * \omega}{R} \vec{e}_\theta$$

$$\text{D'où } \vec{v} = \left(-v_0 \left(1 + \frac{R^2}{R^2}\right) \sin(\theta) + \frac{R^2 * \omega}{R}\right) \vec{e}_\theta = \left(-2 * v_0 * \sin(\theta) + \frac{R^2 * \omega}{R}\right) \vec{e}_\theta$$

D'après le théorème de Bernoulli, en négligeant les effets de pesanteur, on a :

$$P + \frac{\mu_{\text{fluide}} * \|\vec{v}\|^2}{2} = P_0 + \frac{\mu_{\text{fluide}} * \|v_0\|^2}{2}$$

$$\text{Soit: } P = P_0 + \frac{\mu_{\text{fluide}} * v_0^2}{2} - \frac{\mu_{\text{fluide}} * (-v_0 * 2 * \sin(\theta) + R * \omega)^2}{2}$$

$$P = P_0 + \frac{\mu_{\text{fluide}} * v_0^2}{2} - \frac{\mu_{\text{fluide}} * (-4 * v_0 * \sin(\theta) * R * \omega + v_0^2 * 4 * \sin^2(\theta) + R^2 * \omega^2)}{2}$$

# Le rotor de Flettner

## L'exploitation de l'énergie éolienne

D'où

$$P(r, \theta) = P_0 + \frac{\mu_{fluide} * v_0^2}{2} - \frac{\mu_{fluide} * R^2 * \omega^2}{2} + 2 * \mu_{fluide} * v_0 * \sin(\theta) * R * \omega - 2 * \mu_{fluide} * v_0^2 * \sin^2(\theta)$$

### 4. Expression de la force de propulsion

La force de propulsion est créée par les forces de pression le long des rotors. En effet la différence de pression proche du rotor et à « l'infini », engendre une force qui permettra au catamaran d'avancer (cf [1]).

$$\overrightarrow{dF_{pression}} = -P(r, \theta) \overrightarrow{dS} = -P(r, \theta) r d\theta dz \overrightarrow{e_r}$$

$$\overrightarrow{dF_{pression}} = - \left( P_0 + \frac{\mu_{fluide} * v_0^2}{2} - \frac{\mu_{fluide} * R^2 * \omega^2}{2} \right) R d\theta dz \overrightarrow{e_r} - 2 * \mu_{fluide} * v_0 * \sin(\theta) * R * \omega * R d\theta dz \overrightarrow{e_r} + 2 * \mu_{fluide} * v_0^2 * \sin^2(\theta) * R d\theta dz \overrightarrow{e_r}$$

Par calcul de changement de base (de la base cylindrique à la base cartésienne) on a :

$$\overrightarrow{dF_{pression}} = - \left( P_0 + \frac{\mu_{fluide} * v_0^2}{2} - \frac{\mu_{fluide} * R^2 * \omega^2}{2} \right) R d\theta dz * \sin(\theta) \overrightarrow{e_y} - 2 * \mu_{fluide} * v_0 * \sin(\theta) * R * \omega * R d\theta dz * \sin(\theta) \overrightarrow{e_y} + 2 * \mu_{fluide} * v_0^2 * \sin^2(\theta) * R d\theta dz * \sin(\theta) \overrightarrow{e_y} + 0 \overrightarrow{e_x}$$

$$\overrightarrow{F_{pression}} = \int_0^h \int_0^{2\pi} - \left( P_0 + \frac{\mu_{fluide} * v_0^2}{2} - \frac{\mu_{fluide} * R^2 * \omega^2}{2} \right) R d\theta dz * \sin(\theta) \overrightarrow{e_y} - \int_0^h \int_0^{2\pi} 2 * \mu_{fluide} * v_0 * \sin(\theta) * R * \omega * R d\theta dz * \sin(\theta) \overrightarrow{e_y} + \int_0^h \int_0^{2\pi} 2 * \mu_{fluide} * v_0^2 * \sin^2(\theta) * R d\theta dz * \sin(\theta) \overrightarrow{e_y}$$

$$\overrightarrow{F_{pression}} = 0 \overrightarrow{e_y} - 2 * \mu_{fluide} * v_0 * \pi * R^2 * \omega * h \overrightarrow{e_y} + 0 \overrightarrow{e_y}$$

$$\overrightarrow{F_{pression}} = -2 * \mu_{fluide} * v_0 * \pi * R^2 * \omega * h \overrightarrow{e_y}$$

La circulation du champ des vitesses autour du cylindre est définie par :

$$\Gamma = \oint \vec{v} \cdot d\vec{l} = \oint \overrightarrow{grad}(\Phi) \cdot d\vec{l} = 2\pi R^2 \vec{\omega}$$

Donc la force exercée sur un cylindre peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\overrightarrow{F_{propulsion}} = -\mu_{fluide} (\vec{v}_0 | \vec{\Gamma}) h$$

### III. Modélisation et étude expérimentale du rotor de Flettner

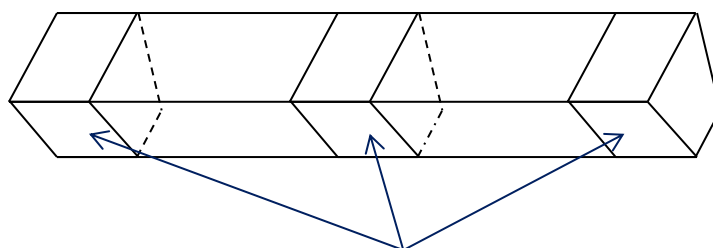
L'objectif de notre expérience est de mesurer la force créée par l'effet Magnus. Pour cela nous allons mesurer la vitesse d'un bateau à rotor de Flettner et ainsi retrouver les différentes forces composant le système.

#### A. Construction du bateau et réalisation de l'expérience

##### 1. Choix de la forme de notre bateau et des matériaux :

###### a) Construction des coques

Nous avons choisi la forme d'un catamaran car elle est plus simple à réaliser et les calculs de forces s'exerçant sur les coques sont moins complexes car la coque est assimilable à une forme rectangulaire. Notre objectif était de fabriquer un bateau léger et subissant peu de frottements avec l'eau. En effet nous savions que la force que nous allons créer avec nos rotors serait relativement faible. C'est pourquoi nous n'avons pas choisi de construire les coques en polystyrène, mais à l'aide de plaques de plastique de faible épaisseur et de bois. L'intérieur des coques est vide afin de réduire au maximum la masse du bateau. Nos trois profils de bois ont une forme trapézoïdale et maintiennent la coque du catamaran.



3 profils trapézoïdaux

Pour assurer l'étanchéité des coques, nous avons appliqué du joint silicone sur les arêtes puis rajouté des couches de vernis acrylique afin de boucher les derniers interstices.

###### b) Construction des rotors

En ce qui concerne les rotors, nous avons choisi d'en monter deux sur notre bateau pour doubler la force de propulsion. À l'origine, nous pensions les découper dans des tubes de pvc mais ce matériau s'est révélé trop lourd et les vibrations étaient trop importantes lors de la mise en rotation. En effet, l'équilibrage des tubes est difficile à réaliser. Nous nous sommes donc tournés vers l'impression en trois dimensions qui fabrique des pièces bien plus légères car il est possible de choisir la densité de la matière. Nos tubes sont constitués de vide à 90% et de 10% de matière plastique. Ils sont par conséquent bien plus légers.

Pour les mettre en rotation, nous avons eu recours à deux ventilateurs d'ordinateur afin d'obtenir une liaison pivot presque parfaite. Les pales ont été retirées dans le but de créer un centrage court et un appui plan au niveau du rotor du ventilateur. Les tubes viennent s'emboîter sur les rotors.

## Le rotor de Flettner

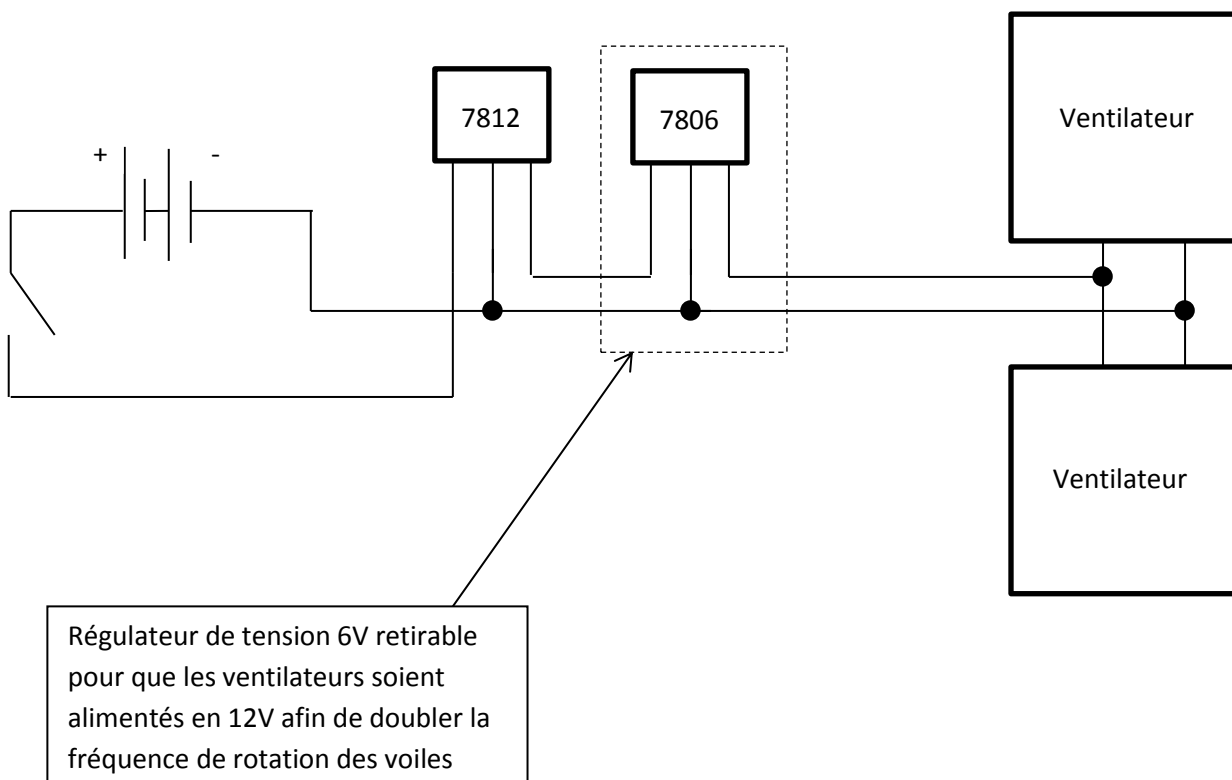
### L'exploitation de l'énergie éolienne

L'impression en trois dimensions permet de fabriquer des pièces légères mais également de choisir ses dimensions. Nous avons ainsi pu ajuster parfaitement l'appui plan-centrage court de nos ventilateurs avec celui des voiles en modélisant nos tubes avec des dimensions non standards sur SolidWorks.

Cependant, nous avons constaté que les vibrations étaient importantes et qu'elles se propageaient au bateau tout entier. Afin de résoudre, ce problème nous avons placé des cales anti-vibrations entre le bâti du navire et le support des ventilateurs.

#### c) *Montage électrique pour alimenter les ventilateurs*

Les ventilateurs sont alimentés grâce à une batterie polymère de modélisme sur le bateau et des régulateurs de tension 6 et 12V. Ces derniers permettent d'abaisser la tension suivant la vitesse de rotation souhaitée (environ 2500 tr/min sous 6V et 5000 tr/min sous 12V). La température des régulateurs augmentant fortement lors de longues séries de test, un radiateur passif a été ajouté afin de la stabiliser. Un interrupteur complète le montage pour allumer le système. Le schéma du montage électrique est présenté ci-dessous.



# Le rotor de Flettner

## L'exploitation de l'énergie éolienne

### 2. Première expérience

Nous avons réalisé notre expérience dans une piscine couverte. Le vent a été créé par un ventilateur domestique.

#### a) *Protocole expérimental*

Le protocole de l'expérience est présenté ci-dessous :

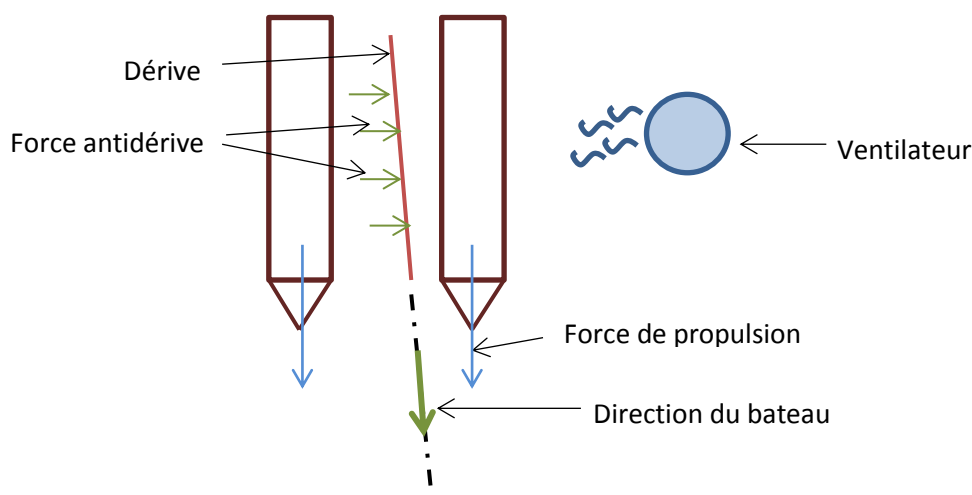
- Mesure de la vitesse du vent à l'aide d'un anémomètre
- Vérification de l'étanchéité du bateau afin de pouvoir mesurer la hauteur immergée des flotteurs
- Allumage du montage électrique afin de mettre en rotation les rotors. Attendre que ces derniers aient atteint leur vitesse de rotation constante.
- Mesure de la vitesse de rotation des rotors
- Lancement de l'enregistrement vidéo.
- Placement du ventilateur perpendiculairement au bateau pour créer un vent orthogonal au déplacement
- Pointage sur l'enregistrement vidéo afin d'obtenir des informations sur les forces créées.

#### b) *Problèmes rencontrés :*

Lors de nos premières expériences, nous avons remarqué que notre bateau était poussé vers le large : il avait tendance à s'éloigner du ventilateur. Notre catamaran n'étant équipé ni de dérive ni de gouvernail, le vent le poussait en exerçant une force sur les parties émergées des coques et sur la batterie. Pour remédier à cela, nous avons installé sous le bateau une plaque très fine jouant le rôle de dérive.

### 3. Deuxième expérience

Grâce à la dérive, nous avons supprimé la force de dérive lors de la deuxième série de tests. Cependant notre dérive n'étant pas parfaitement droite, cette fois notre bateau était légèrement poussé du côté du ventilateur. Nous avons tout de même pu faire une acquisition vidéo de meilleure qualité.



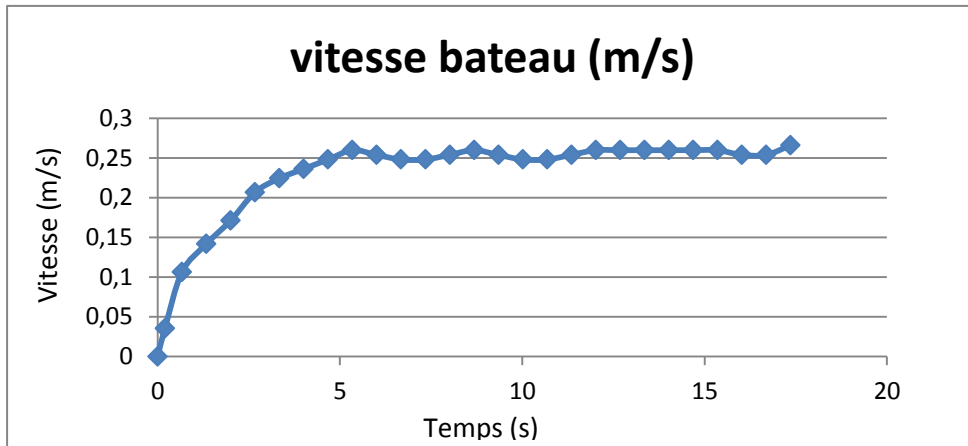
# Le rotor de Flettner

## L'exploitation de l'énergie éolienne

### B. Résultats expérimentaux

#### 1. Graphiques représentant la vitesse du bateau

A l'aide du logiciel LatisPro, nous pouvons analyser la séquence vidéo en pointant image par image la position du bateau. Ce logiciel nous permet d'obtenir la position de celui-ci en fonction du temps. Grâce à un calcul de dérivée nous pouvons tracer la vitesse du bateau en fonction du temps.



#### 2. Interprétation de la courbe obtenue expérimentalement

Notre objectif est de connaître la force de propulsion du bateau et le coefficient de frottement de ce dernier.

##### a) *Calcul de la vitesse en fonction du temps à l'aide de la deuxième loi de Newton*

D'après la deuxième loi de Newton, on obtient :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

En projetant cette équation suivant l'axe  $-\vec{e}_y$  on a :

$$F_{propulsion} + F_{frottement} = ma$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = \frac{F_{frottement}}{m} + \frac{F_{propulsion}}{m} = -\frac{\alpha v^2(t)}{m} + \frac{F_{propulsion}}{m}$$

Sans résoudre l'équation différentielle, on peut trouver une vitesse limite du bateau lorsque  $a = \frac{dv(t)}{dt} = 0$ .

# Le rotor de Flettner

## L'exploitation de l'énergie éolienne

$$v_{limite} = \sqrt{\frac{F_{propulsion}}{\alpha}}$$

L'équation précédente est équivalente à :  $\dot{v} = -av^2 + b$       Avec  $\begin{cases} a = \frac{\alpha}{m} \\ b = \frac{F_{propulsion}}{m} \end{cases}$

L'équation est équivalente à :  $\frac{\dot{v}}{-av^2+b} = \frac{\dot{v}}{b(\frac{-a}{b}v^2+1)} = \frac{\dot{v}}{b(1-(\sqrt{\frac{a}{b}}v)^2)} = \frac{\dot{u}}{c(1-u^2)} = 1$

$$\text{Avec } \begin{cases} u(t) = \sqrt{\frac{a}{b}} v(t) \\ c = b\sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{ba} \end{cases}$$

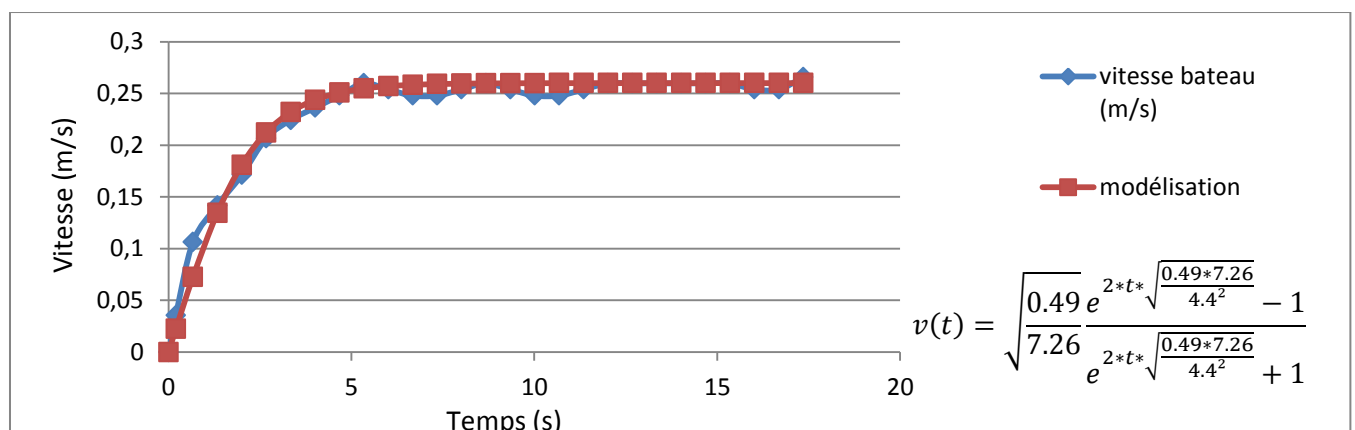
Par identification de la dérivée de  $\frac{\dot{u}}{(1-u^2)}$  on obtient  $\frac{1}{c} \left( \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+u(t)}{1-u(t)} \right) \right)' = 1$  soit  $\ln \left( \frac{1+u(t)}{1-u(t)} \right) = 2 * c * t$

On a donc :  $u(t) = \frac{e^{2*c*t}-1}{e^{2*c*t}+1}$       Soit  $v(t) = \sqrt{\frac{b}{a} \frac{e^{2*\sqrt{ba}*t}-1}{e^{2*\sqrt{ba}*t}+1}}$

Finalement on a  $v(t) = \sqrt{\frac{F_{propulsion}}{\alpha} \frac{e^{2*t*\sqrt{\frac{F_{propulsion}*\alpha}{m^2}}}-1}{e^{2*t*\sqrt{\frac{F_{propulsion}*\alpha}{m^2}}}+1}}$

### b) Modélisation de la fonction afin de connaître le coefficient de frottement et la force de propulsion

A l'aide du logiciel Excel nous avons pu modéliser la fonction v(t) calculée précédemment.



Notre objectif est de déterminer le coefficient de trainée ainsi que la force de propulsion totale. Comme nous disposons de deux rotors, on peut écrire que :

$$2 * F_{propulsion} = coefficient_{prop} * v_o * \omega_o$$

# Le rotor de Flettner

## L'exploitation de l'énergie éolienne

Nous connaissons :

- la masse du bateau (4.4kg),
- la vitesse de rotation des rotors que nous avons mesurée à l'aide d'un tachymètre (262 rad. s<sup>-1</sup>)
- le *coefficient de propulsion* ( $coefficient_{prop} = 2 * \mu_{fluide} * \pi * R^2 * h$ )

D'après le graphique de la vitesse du bateau en fonction du temps, on mesure la vitesse limite.

$$v_{limite} = 0.26 \text{ m. s}^{-1} \text{ comme on sait que } v_{limite} = \sqrt{\frac{F_{propulsion\ totale}}{\alpha}}$$

$$\text{donc } F_{propulsion\ totale} = 0.0676 * \alpha.$$

En superposant la courbe représentative de la fonction  $v(t) = \frac{\sqrt{F_{propulsion}}}{\alpha} e^{2*t*\sqrt{\frac{F_{propulsion}+\alpha}{m^2}} - 1}$

et la courbe tracée à l'aide de LatisPro nous pouvons déterminer la vitesse du vent au niveau des rotors. Afin de minimiser l'impact des erreurs expérimentales, nous utilisons la méthode des moindres carrés. Il s'agit de minimiser la somme des carrés de la différence entre la vitesse théorique et la vitesse expérimentale à un instant t.

Nous obtenons un vent moyen de 0.44 m. s<sup>-1</sup>. Nous pouvons alors en déduire la force de propulsion  $F_{propulsion\ totale} = 0.49N$  et le coefficient de traînée  $\alpha = 7.26 \text{ kg} * \text{m}^{-1}$ .

## IV. Traînée et rendement

### A. Coefficient de traînée pour un profil trapézoïdal

Nous avons vu dans la partie II, la formule permettant de calculer la force de frottement de l'eau due aux flotteurs :

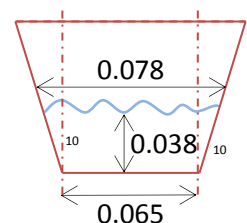
$$\overrightarrow{F_{frottement\ eau}} = \frac{1}{2} * \mu_{fluide} * C_{eau} * S_{caractéristique} * V_{bateau}^2 * \overrightarrow{e}_y$$

Grace à l'analyse expérimentale établie précédemment nous sommes en mesure de déterminer le coefficient de traînée pour un profil trapézoïdal de hauteur immergée 0.038m, une grande largeur 0.078m, une petite largeur 0.065m.

$$\text{On a donc } S_{caractéristique} = 0.065 * 0.038 + 2 * 0.0067 = 0.0027 \text{ m}^2$$

D'où l'obtention du coefficient de traînée de l'eau dans le cas :

$$C_{eau} = \frac{2 * F_{frottement\ eau}}{\mu_{fluide} * S_{caractéristique} * V_{bateau}^2} = \frac{2 * 0.49}{1000 * 0.0027 * 0.26^2} = 5.37$$



En termes d'ordre de grandeur ce coefficient n'est pas incohérent. En revanche il est assez élevé. Cela peut être dû à la trajectoire du bateau qui n'était pas totalement suivant l'axe  $\overrightarrow{e}_y$ .

# Le rotor de Flettner

## L'exploitation de l'énergie éolienne

### B. Rendement et calcul de puissance

#### 1. Puissance électrique des rotors

Nous avons mesuré à l'aide d'un voltmètre la tension aux bornes des ventilateurs permettant la création du mouvement de rotation des rotors. Nous obtenons une tension de 5.60V.

De même l'intensité traversant les ventilateurs est de 0.20A

Nous avons donc une puissance en entrée de  $P_e = U_e * I_e = 1.12 \text{ W}$

#### 2. Puissance de la force de propulsion

D'après la partie II, nous avons obtenu pour notre bateau une force de propulsion

$$F_{propulsion} = 0.49N \text{ pour une vitesse } v_{limite} = 0.26 \text{ m.s}^{-1}.$$

Nous obtenons donc une puissance de sortie  $P_s = F * v_{limite} = 0.13 \text{ W}$

#### 3. Calcul du rendement

On définit le rendement selon la formule suivante :

$$\eta = \frac{\text{"énergie utile"}}{\text{"énergie consommée"}} = \frac{P_s}{P_e} = \frac{0.13}{1.12} = 0.12$$

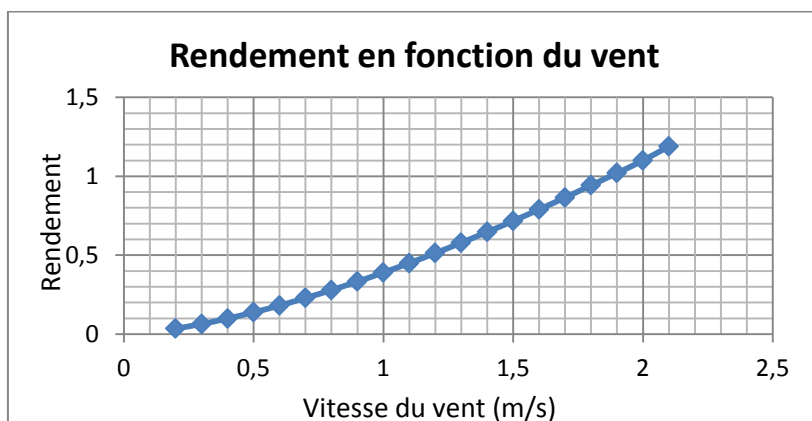
Nous obtenons un rendement relativement faible car la vitesse du vent reçu par les rotors avec nos conditions expérimentales n'est pas suffisante. Le vent produit par le ventilateur est bien trop tourbillonnaire et non constant. Avec une vitesse de vent correcte, nous pourrions largement égaler le rendement d'un moteur diesel qui est de 45%.

Afin d'estimer le rendement que nous pourrions obtenir avec une vitesse de vent plus importante, nous avons modifié la valeur de cette dernière dans la partie III) B. 2) b. Nous avons donc obtenu une force de propulsion plus ou moins importante par rapport à la force de propulsion expérimentale. Le coefficient de frottement, la vitesse de rotation des rotors et la masse du bateau étant constants. Nous avons calculé le nouveau rendement sur le même modèle que précédemment avec différentes vitesses de vent.

# Le rotor de Flettner

## L'exploitation de l'énergie éolienne

Nous obtenons alors une courbe représentant le rendement en fonction de la vitesse du vent.



Afin d'obtenir une efficacité supérieure à 1, il faudrait que la vitesse du vent soit de  $1.9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

## V. Conclusion

Nous avons étudié le fonctionnement des rotors de Flettner et avons réussi à montrer, grâce à notre maquette, la présence d'une force de propulsion issue de l'effet Magnus. Nous avons également pu calculer le coefficient de traînée de notre bateau. Le rendement obtenu de 12% est un peu faible. Mais il est fort probable que dans des conditions plus favorables, c'est-à-dire avec un vent plus constant et plus rapide, notre bateau serait capable de se déplacer plus vite tout en ayant un meilleur rendement.

Quelques projets concrets ont déjà abouti. L'E ship 1 (cf [6]) est un bateau équipé, en plus de son moteur diesel classique, de quatre voiles de Flettner placées aux quatre extrémités du pont supérieur. Ce navire est utilisé pour le transport d'éléments d'éoliennes. Grâce à ce système de rotor de Flettner, l'E ship 1 consomme jusqu'à 25% de moins qu'un bateau de la même taille équipé d'un système de propulsion traditionnel. Cela représente une économie de 2000 à 5000 tonnes de fuel par an soit un gain de 0.7 à 1.5 millions de dollars.

De même si un supertanker était équipé de ce moyen de propulsion, l'économie de fuel serait de 9000 tonnes par an soit un gain de 2.7 millions de dollars pour la compagnie exploitante du bateau. Les bénéfices paraissent très importants tant au niveau écologique qu'économique. Avec la raréfaction du pétrole qui est annoncée depuis de nombreuses années maintenant, il faut à tout prix limiter notre consommation d'énergie fossile. Les voiles de Flettner semblent donc être un moyen efficace de parvenir à diminuer notre consommation de ressources non renouvelables.

### VI. Ouverture et Bibliographie

Les possibilités d'amélioration de ce TIPE seraient de déterminer le coefficient de traîné d'un modèle trapézoïdal. Pour cela il faudrait passer ce modèle en soufflerie en utilisant le théorème de Vaschy-Buckingham ([https://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9or%C3%A8me\\_de\\_Vaschy-Buckingham](https://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9or%C3%A8me_de_Vaschy-Buckingham))

[1] Marie-Noëlle Sanz, Etude phénoménologique des fluides en mouvement, PC\* SAINT-LOUIS, 31 janvier 2014

[2] Prof. Dr. Lutz Fiesser, Flettner-Rotor als alternativer Schiffsantrieb, Physik unserer Zeit, n°40:256-259, Avril 2009

[3] S.H Salter, A Flettner-Driven Catamaran, Février 2007

[4] G.B Seybold, A Sailing Ship Without Sails: New Wonder of the Seas, Popular Science Monthly, Février 1925

[5] C.P Gilmore, Spin Sail Harnesses Mysterious Magnus Effect for Ship Propulsion, Popular Science, Janvier 1984

[6] Enercon, Rotor sail ship „E-Ship 1“ saves up to 25% fuel, disponible sur : <http://www.enercon.de/>

[7] Dr Emmanuel Chazard, Cours de catamaran, disponible sur : [http://www.chazard.org/emmanuel/\\_index.php?option=com\\_content&view=article&id=84:cata10translation&catid=80&Itemid=484](http://www.chazard.org/emmanuel/_index.php?option=com_content&view=article&id=84:cata10translation&catid=80&Itemid=484)

[8] Yann Marchesse, Modélisation de la turbulence, disponible sur : [http://yann.marchesse.free.fr/Site/Enseignements\\_files/CFD.pdf](http://yann.marchesse.free.fr/Site/Enseignements_files/CFD.pdf)

[9] Mécaflux Heliciel Aide aux calculs mécaniques des fluides, disponible sur : <http://www.mecaflux.com/>

[10] Ecoulement autour d'un cylindre, disponible sur : <http://hmf.enseeiht.fr/travaux/projnum/book/export/html/1193>

[11] Daniel Huilier Notion de force de traînée, disponible sur : [http://www.daniel-huilier.fr/Enseignement/Notes\\_Cours/Chute\\_des\\_Corps\\_Trainee/TD\\_Trainee\\_Correction.pdf](http://www.daniel-huilier.fr/Enseignement/Notes_Cours/Chute_des_Corps_Trainee/TD_Trainee_Correction.pdf)

[12] Etienne Guyon, Jean-Pierre Hulin, Luc Petit, Hydrodynamique Physique 2001

[13] Etienne Guyon, Jean-Pierre Hulin, Luc Petit, Ce que disent les fluides 2011

# Le rotor de Flettner

## L'exploitation de l'énergie éolienne

### Remerciements

Nous souhaitons remercier Monsieur GALBRUN ingénieur spécialisé en mécanique des fluides, pour avoir répondu à nos questions.

Nous souhaitons également remercier Monsieur Marchesse pour nous avoir expliqué d'une manière générale le concept de la mécanique des fluides.

Nous remercions aussi Ophélie Michel pour nous avoir accueillis chez elle afin de mener à bien nos expériences sur sa piscine.

### Annexe(1)

Ce programme informatique en langage python permet d'obtenir les différentes trajectoires des particules fluides le long d'un rotor.

(La vitesse d'une particule fluide est calculée dans la partie II. De plus pour un écoulement stationnaire, les lignes de courants sont confondues avec la trajectoire des particules fluides)

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from random import*
import math
```

```
def Vr(x,y,vo,R,w):
```

```
    """vitesse de la particule fluide suivant er"""
    #par pythagore et formule trigonométrique on peut exprimer r et cos(theta) en fonction de x et y
    r=math.sqrt(x**2+y**2)
    costh=x/math.sqrt(x**2+y**2)
    return vo*costh*(1-((R**2)/(r**2)))
```

```
def Vth(x,y,vo,R,w):
```

```
    """vitesse de la particule fluide suivant eth"""
    #par pythagore et formule trigonométrique on peut exprimer r et sin(theta) en fonction de x et y
    r=math.sqrt(x**2+y**2)
    sinth=y/math.sqrt(x**2+y**2)
    return -vo*sinth*(1+((R**2)/(r**2))) + ((R**2*w)/r)
```

```
def Vx(x,y,vo,R,w):
```

```
    """vitesse de la particule fluide suivant ex"""
    #d'après les calculs de changement de base
    if x<-influence or x>influence:
        #on suppose que la vitesse est nulle si la particule est trop loin du rotor
        #car la formule de la vitesse est une vitesse locale
    return(0)
```

# Le rotor de Flettner

## L'exploitation de l'énergie éolienne

```
costh=x/math.sqrt(x**2+y**2)
sinh=y/math.sqrt(x**2+y**2)
return Vr(x,y,vo,R,w)*costh-Vth(x,y,vo,R,w)*sinh
```

```
def Vy(x,y,vo,R,w):
    if x<-influence or x>influence:
        #idem Vx
        return(0)
    costh=x/math.sqrt(x**2+y**2)
    sinh=y/math.sqrt(x**2+y**2)
    return Vth(x,y,vo,R,w)*costh+Vr(x,y,vo,R,w)*sinh
```

#l'objectif est de connaître la trajectoire d'une particule fluide en un point initial(x0,y0)

```
x0=-5 #position initiale suivant ex des particules étudiées (en m)
y0=-2 #position initiale suivant ey des particules étudiées (en m)
vo=1 #vitesse du vent à l'infini (en m/s)
R=0.055 #rayon du rotor en mètre
w=-20 #vitesse de rotation du rotor (rad/s)
influence=0.8 #zone d'influence: distance au rotor influencée par l'effet magnus sur la particule
perturbation=0.1 #zone de perturbation: ignore les particules qui passe trop près du rotor
```

```
def trajectoire(x0,y0,vo,R,w):
    """courbe qui part en (x0,y0)"""
    i=x0
    dt=0
    Lx=[]
    Ly=[]
    while i<-x0:
        Vx1=Vx(i,y0,vo,R,w)
        if Vx1==0:
            y1=y0
        else:
            dt=(i+1-i)/Vx(i,y0,vo,R,w) #mesure du temps pour la vitesse en Vx0
            y1=(Vy(i,y0,vo,R,w)*(dt)+y0) #calcul de la position y1 en fonction de Vy0 et dt
            y0=y1
        if i>-perturbation and i<perturbation:
            #supprime trajectoire qui passe trop près du cylindre
            if y1>-perturbation and y1<perturbation:
                return([],[])
            Lx.append(i)
            Ly.append(y1)
        i=i+0.05 #pas de x (distance entre deux points x)
```

# Le rotor de Flettner

## L'exploitation de l'énergie éolienne

```
return(Lx,Ly)
```

```
def circle(x,y,R):
```

```
    """trace un cercle de rayon R et de centre(x,y)"""
```

```
    #permet de dessiner le rotor
```

```
    i=-R;
```

```
    Lx=[]
```

```
    Ly=[]
```

```
    L_y=[]
```

```
    while i<=x+R:
```

```
        | j=math.sqrt(R**2-i**2)
```

```
        | Lx.append(i+x)
```

```
        | Ly.append(j+y)
```

```
        | L_y.append(y-j)
```

```
        | i+=R/100
```

```
    j=0
```

```
    Lx.append(R)
```

```
    Ly.append(0)
```

```
    L_y.append(0)
```

```
    plt.plot(np.array(Lx), np.array(Ly),"r")
```

```
    plt.plot(np.array(Lx), np.array(L_y),"r")
```

```
#####
```

```
#Programme principal
```

```
#####
```

```
#pour la plage de y on obtient différente trajectoire de plusieurs particules
```

```
y=y0
```

```
while y<-y0:
```

```
    (Lx,Ly)=trajectoire(x0,y,vo,R,w)
```

```
    Tx=np.array(Lx)
```

```
    Ty=np.array(Ly)
```

```
    plt.plot(Tx,Ty)
```

```
    y=y+0.1 #pas (distance entre deux particules loin du rotor)
```

```
circle(0,0,R)
```

```
plt.plot(np.array([0,0]), np.array([y0,-y0]),"black") #axe des ordonnées
```

```
plt.plot(np.array([x0,-x0]), np.array([0,0]),"black") #axe des abscisses
```

```
plt.show()
```

### **Résumé en Français**

Notre travail porte sur le rotor de Flettner. Nous avons tout d'abord mené une étude théorique sur l'effet Magnus. Ce dernier permet de créer une force propulsive. Les voiliers de Flettner sont composés de rotors qui permettent la propulsion du bateau. Les rotors de Flettner sont une application de l'effet Magnus. Parallèlement à ces recherches, nous avons créé une maquette de bateau munie de voile de Flettner afin d'observer l'effet Magnus. Nous avons utilisé la théorie et notre expérience pour en déduire le coefficient de traînée d'un profil trapézoïdale et nous en avons déduit le rendement des voiliers de Flettner.

### **English summery**

Our work focuses on the Flettner rotor. First, we conducted a theoretical study on the Magnus effect which creates a propulsive force. Flettner sailing boats are composed of rotors that allow the propulsion of the ship. Therefore, we are considering Flettner rotors as an application of the Magnus effect. Concurrently to this research, we created a ship model equipped with Flettner sail to observe the Magnus effect. We used the theory and our experience to deduce the coefficient of drag of a trapezoidal profile and drove our conclusion on the performance of Flettner Sailing boats.